

# مکانیک سیالات ۲

دانشگاه صنعتی شاهرود  
دانشکده مهندسی مکانیک

بخش اول از فصل پنجم

کلاس درس دکتر نوروزی  
اسفند ۹۹



## بنام خداوند جان و خرد

### درس مکانیک سیالات ۲

مرجع:

F.M. White, Fluid Mechanics, McGraw-Hill, 8th Edition, New York, 2016.

مباحث درس:	ارزیابی (از ۲۰):
تشابه و آنالیز ابعادی و تشابه	حل تمرین: ۳ نمره
روابط دیفرانسیلی برای جریان سیال	حضور پیوسته و پرسشهای کلاسی: ۲ نمره
نظریه لایه مرزی و جریان حول اجسام	امتحانات میان ترم: ۵ نمره
جریانهای داخلی لزج	امتحان پایان ترم کتبی: ۵ نمره
تئوری جریانهای پتانسیل	امتحانات شفاهی: ۵ نمره

## اهمیت آزمایش در مکانیک سیالات

آزمایش و مطالعات تجربی در مکانیک سیالات به دلایل زیر بسیار مهم است:

۱- آزمایش راه کاری قابل اطمینان جهت بررسی درستی یک نظریه و تئوری علمی است.

۲- با آزمایش می توان پدیده های مختلف فیزیکی را مستقیما مطالعه نمود.

۳- آزمایش راه کاری قابل اتکا برای طراحی ماشینها، سیستم ها و ... در مکانیک سیالات است.



نکته: متأسفانه انجام آزمایش دقیق برای جریانهای مختلف در مکانیک سیالات در بسیاری از موارد امری پیچیده و نسبتاً پرهزینه است که این مشکل ناشی از نیاز به ایجاد شرایط واقعی از طریق انجام تست روی نمونه های اصلی است. یک راه کار جایگزین، انجام تست بر روی نمونه های مدل (مانند ماکت تجهیزات) است که این امر با مقداری خطا می تواند بعضاً به شکل مناسبی صورت گیرد.

## علم تشابه

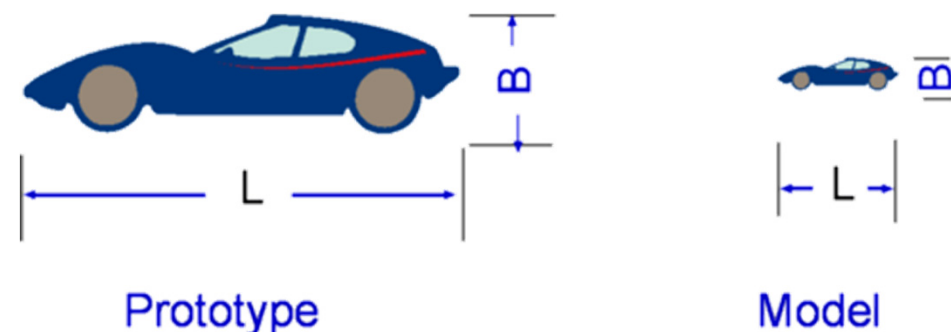
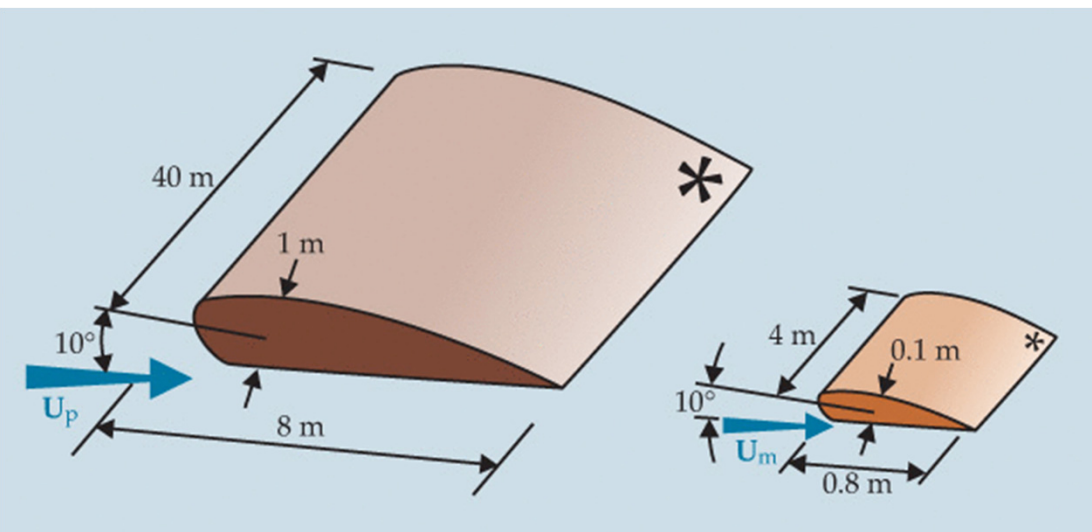
علم تشابه به دنبال یافتن راه کارهای مناسب جهت یکسان نمودن پارامترهای مربوط به یک مدل و نمونه اصلی آن است.

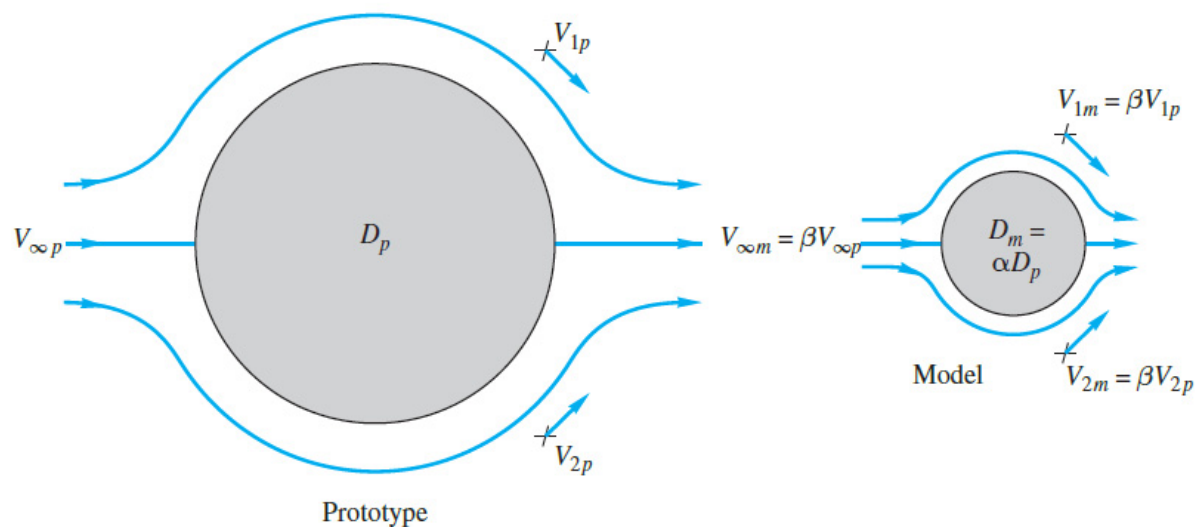
## انواع تشابه در مکانیک سیالات

تشابه هندسی: یک مدل و نمونه واقعی آن، دارای تشابه هندسی هستند اگر و تنها اگر تمام ابعاد دو جسم در تمام مختصات سه گانه دارای یک نسبت مقیاس خطی باشند. به عبارتی دیگر نسبت ابعاد متناظر مدل و نمونه اصلی عدد ثابتی است. به بیانی دیگر آنکه تمام زوایا و جهت های جریان در تشابه هندسی یکسانند و راستای مدل و نمونه واقعی باید نسبت به محیط اطراف همسان باشند. در اینجا نسبت مقیاس طولی ( $L_r$ ) بصورت زیر تعریف می شود:

$$L_r = \frac{L_p}{L_m}$$

در رابطه فوق،  $L_p$  و  $L_m$  طولهای مربوط به نمونه اصلی و مدل است.



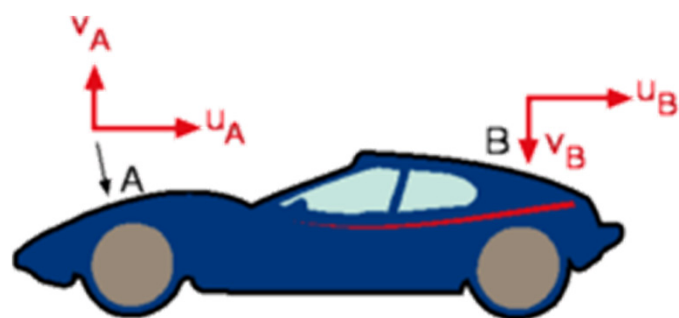


### تشابه سینماتیکی:

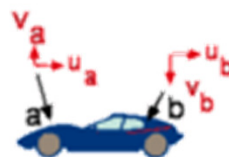
علاوه بر تشابه هندسی، باید نسبت سرعتها در کل نقاط متناظر میدان جریان یکسان باشد:

$$V_r = \frac{V_p}{V_m}$$

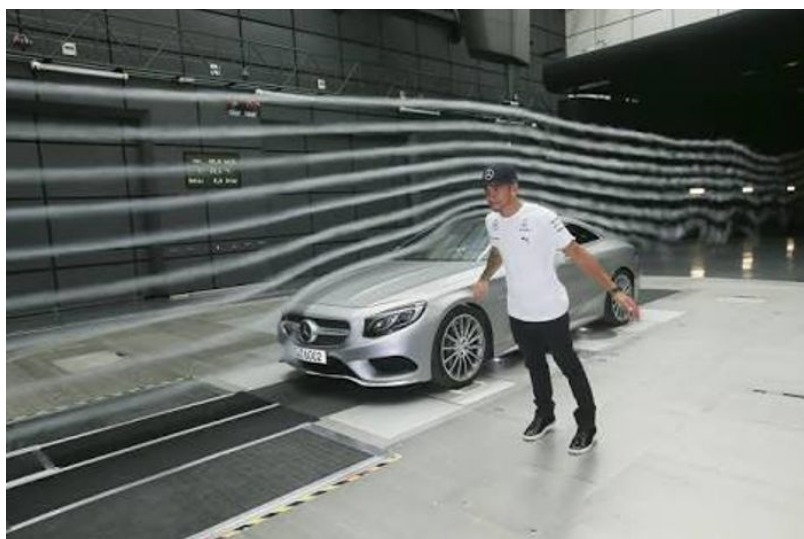
در رابطه فوق،  $V_p$  و  $V_m$  بردارهای سرعت مربوط به نمونه اصلی و مدل است. به این ترتیب نسبت فوق برای تمامی مولفه های سرعت در نقاط متناظر برابر است.



Prototype



Model

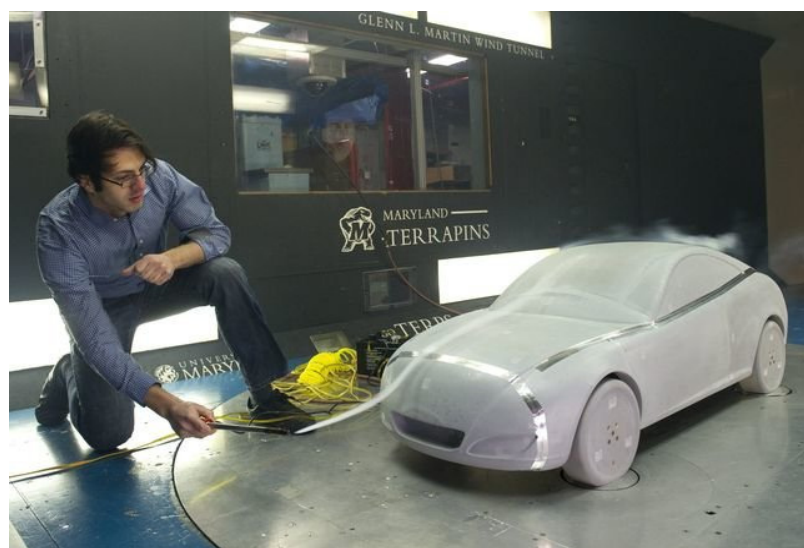


## تشابه دینامیکی:

در تشابه دینامیکی لازم است که نسبت نیروهای متناظر وارد بر نمونه اصلی و مدل، مقدار ثابتی باشد:

$$F_r = \frac{F_p}{F_m} \quad (1)$$

در رابطه فوق،  $F_p$  و  $F_m$  بردار نیروهای مربوط به نمونه اصلی و مدل است.



نکته: برای برقراری تشابه دینامیکی بین دو جریان باید هر دو تشابه هندسی و سینماتیکی برقرار باشد.

بایستی توجه داشت که در مکانیک سیالات نیروها می توانند از عوامل مختلفی نظیر گرانش، اینرسی، کشش سطحی، اصطکاک ویسکوز، فشار و ... ناشی شوند، بنابراین:

$$\begin{aligned}
 F &= F_G + F_p + F_v + F_T + F_E + F_I + \dots \\
 F_G &= mg = \rho \forall g = \rho L^3 g \\
 F_p &= \Delta p A = \Delta p L^2 \\
 F_v &= \tau A = \mu \frac{\partial u}{\partial y} A = \mu \frac{V}{L} L^2 = \mu V L \\
 F_T &= \sigma L \\
 F_E &= E_v A = E_v L^2 \\
 F_I &= \dot{m} V = \rho A V V = \rho L^2 V^2
 \end{aligned} \tag{۲}$$

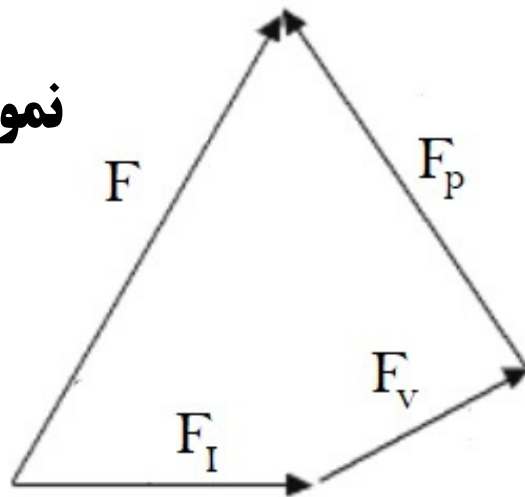
در رابطه (۲)،  $F_G$  نیروی گرانش،  $F_p$  نیروی فشار،  $F_v$  نیروی ویسکوز،  $F_T$  نیروی کشش سطحی،  $F_E$  نیروی الاستیک و  $F_I$  نیروی اینرسی است. همچنین در این رابطه،  $V$  سرعت مرجع،  $L$  طول مرجع،  $m$  جرم،  $g$  شتاب گرانش،  $\forall$  حجم،  $\Delta p$  اختلاف فشار،  $A$  مساحت،  $\tau$  تنش برشی،  $\mu$  ویسکوزیته،  $\sigma$  ضریب کشش سطحی،  $E_v$  ضریب کشسانی (الاستیک) و  $\dot{m}$  دبی جرمی است.



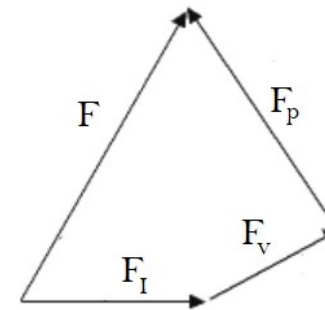
شایان ذکر است که برای تشابه دینامیکی لازم است که چندضلعی های حاصل از جمع برداری نیروها در نمونه اصلی و مدل کاملاً متشابه باشند. برای این منظور باید نسبت تشابه بیان شده در رابطه (۱) برای برآیند نیروها با نسبت تشابه انواع نیروهای موثر (اجزا نیروهای وارده که در رابطه (۲) معرفی شده اند) **برابر** باشند.

$$F_r = \frac{F_p}{F_m} = \frac{(F_G)_p}{(F_G)_m} = \frac{(F_p)_p}{(F_p)_m} = \frac{(F_v)_p}{(F_v)_m} = \frac{(F_I)_p}{(F_I)_m} = \dots \quad (۳)$$

**نمونه اصلی**



**مدل**





بسادگی از رابطه (۳) نتیجه می شود:

$$\begin{aligned}\left(\frac{F_I}{F_G}\right)_p &= \left(\frac{F_I}{F_G}\right)_m \\ \left(\frac{F_I}{F_v}\right)_p &= \left(\frac{F_I}{F_v}\right)_m \\ \left(\frac{F_I}{F_p}\right)_p &= \left(\frac{F_I}{F_p}\right)_m \\ &\dots\end{aligned}\tag{۴}$$

به عبارت دیگر نسبت انواع نیروهای وارده بر مدل باید با نسبت همان نیروها در نمونه اصلی برابر باشد.

باید توجه داشت که نسبت نیروها یک عدد (گروه) بی بعد است. بنابراین اعداد بی بعد نمونه مدل

و نمونه اصلی باید برابر باشند تا تشابه دینامیکی برقرار شود.

## اعداد بی بعد مهم در مکانیک سیالات

چنانچه در یک جریان نیروی اینرسی و نیروی ویسکوز مهم (موثر) باشند، در اینصورت مطابق رابطه (۴)، یک گروه بی بعد بنام عدد رینولدز (Re) از نسبت این نیرو قابل تشکیل است:

$$\text{Re} = \frac{F_I}{F_v} \quad (5)$$

از رابطه (۲)، رابطه (۵) به شکل زیر قابل بیان خواهد بود:

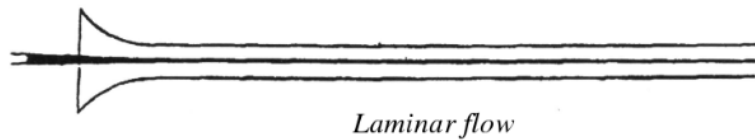
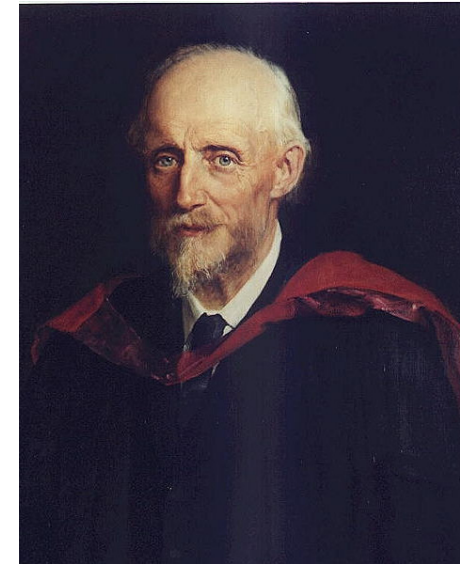
$$\text{Re} = \frac{F_I}{F_v} = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu V L} \rightarrow \text{Re} = \frac{\rho V L}{\mu} \text{ or } \text{Re} = \frac{V L}{\nu} \quad (6)$$

که در رابطه فوق،  $\nu$  ویسکوزیته سینماتیکی است. از رابطه (۴)، چنانچه در یک جریان نیروهای اینرسی و نیروی ویسکوز مهم باشند بایستی که عدد رینولدز جریان در مدل با عدد رینولدز جریان در نمونه اصلی برابر باشند:

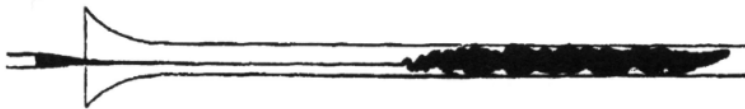
$$\text{Re}_m = \text{Re}_p \quad (7)$$

## عدد رینولدز

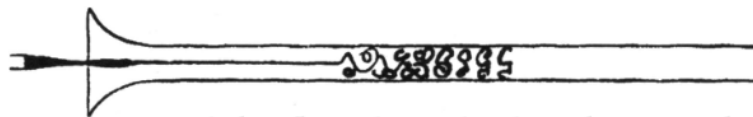
این عدد به افتخار سر آلبورن رینولدز (۱۸۴۲-۱۹۱۲) و به دلیل مطالعات آغازین وی در خصوص وقوع آشفتگی در جریان، بنام رینولدز نامگذاری شده است.



*Laminar flow*



*Turbulent flow*



*Turbulent flow (observed with an electric spark)*



**طراحی وقوع آشفتگی جریان در  
لوله براساس مشاهدات رینولدز**

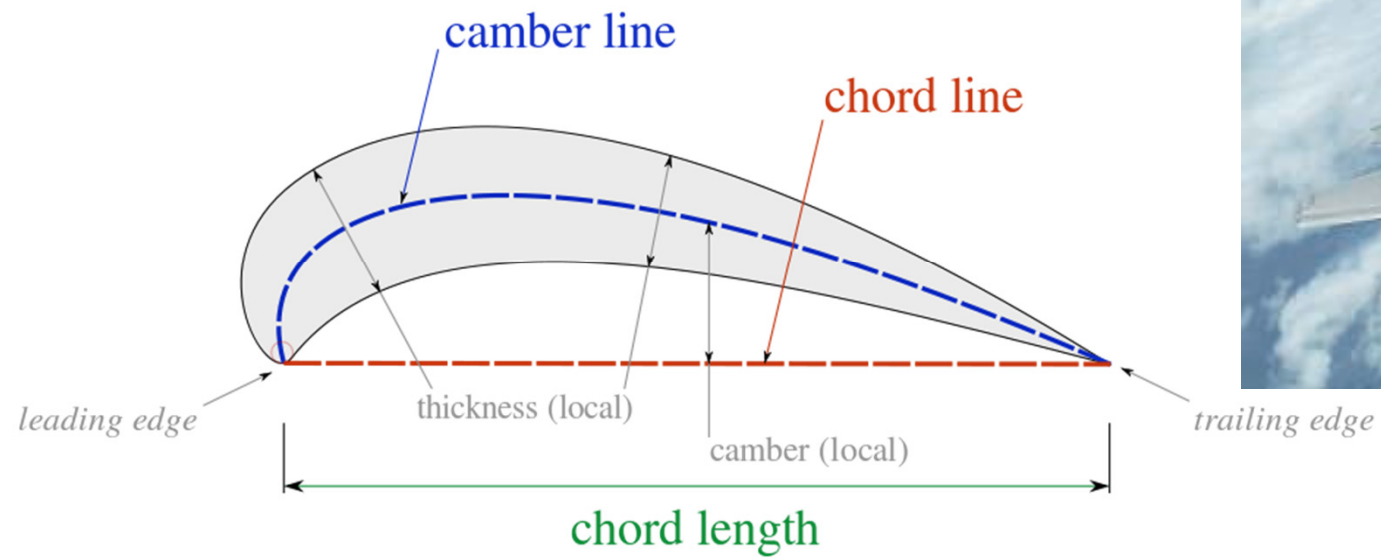
همانگونه که پیشتر گفته شد، عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به ویسکوز است و بصورت زیر تعریف می شود:

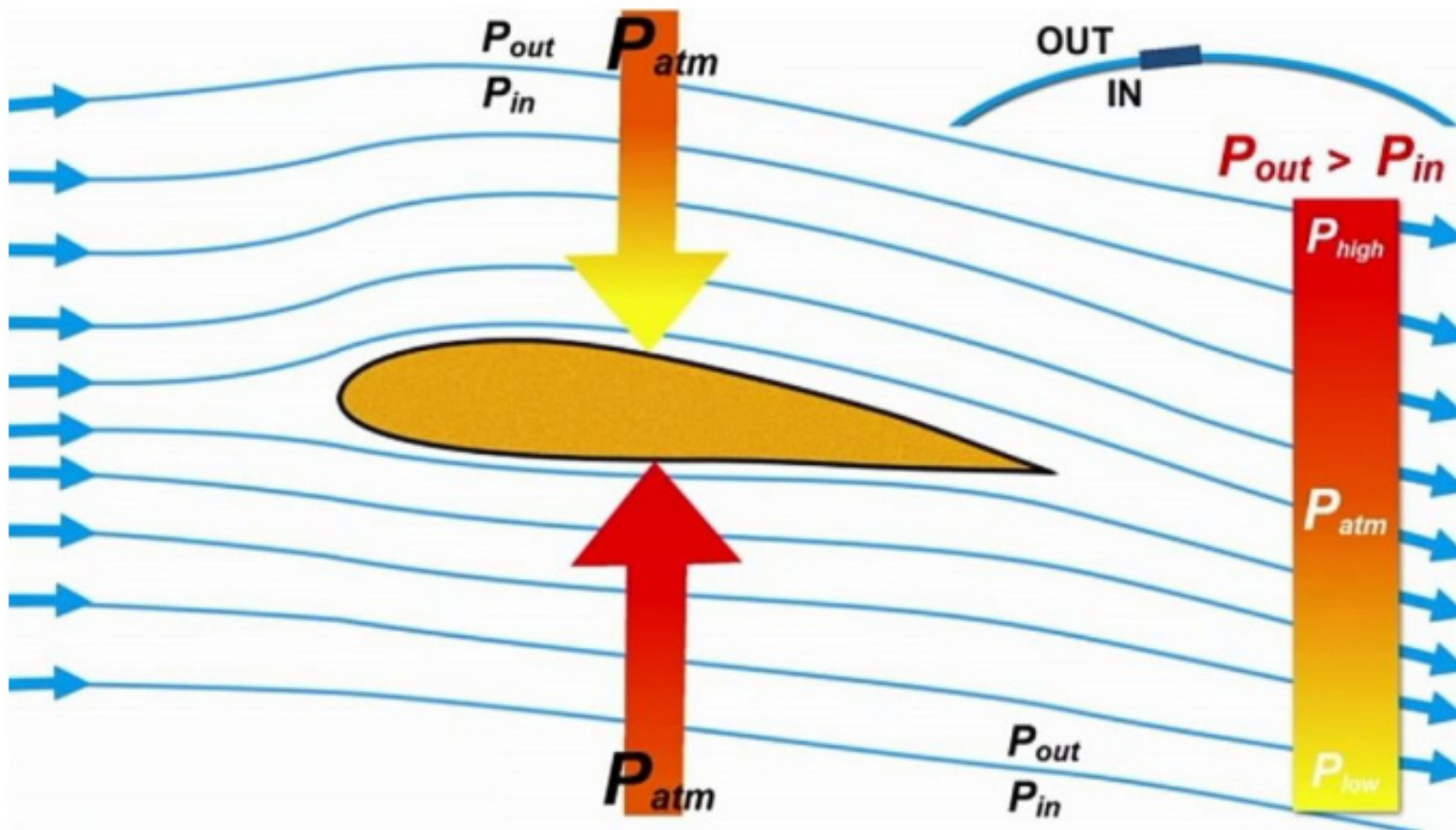
$$\text{Re} = \frac{F_I}{F_v} \rightarrow \text{Re} = \frac{\rho V L}{\mu}$$

در رابطه فوق  $V$  سرعت مرجع و  $L$  طول مرجع است.

در جریانهای مختلف طول و سرعت مرجع به شکل های مختلف تعریف می شوند:

نوع مساله	سرعت مرجع $V$	طول مرجع $L$
جریان روی صفحه تخت	سرعت جریان در بالادست	طول صفحه
جریان خارجی حول سیلندر و کره	سرعت جریان در بالادست	قطر سیلندر یا کره
جریان داخل لوله	متوسط سرعت جریان	قطر لوله
جریان حول ایرفویل	سرعت جریان در بالادست	طول وتر (chord length)
جریان حول اتومبیل	سرعت اتومبیل	طول اتومبیل





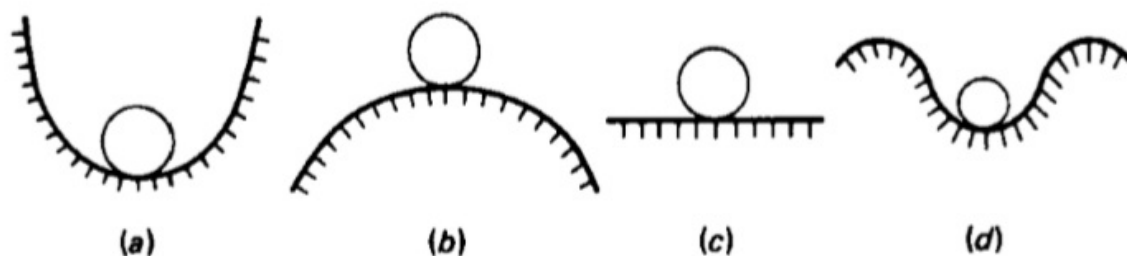
$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 = cte$$

ایرفویل که مقطعی از بال هواپیما است، به نحوی طراحی می‌شود که جریان بالا و پایین آن دارای اختلاف سرعت باشند. طبق رابطه برنولی این اختلاف، تغییر فشار در بالا و پایین آن را در پی خواهد داشت، که عاملی برای به پرواز در آمدن هواپیما است.



بایستی توجه داشت که **نیروی اینرسی یک نیروی ناپایدار کننده** و **نیروی ویسکوز یک نیروی استهلاکی** و **پایدار کننده** است. در اعداد رینولدز کوچک نیروی ویسکوز غالب بوده و جریان پایدار است اما در اعداد رینولدز بزرگ جریان ناپایدار می شود.

چنانچه جریانی، یک اغتشاش ورودی (نویز) را دفع کند **پایدار** و چنانچه اغتشاش ورودی رشد و تقویت شود جریان را **ناپایدار** می نامیم.



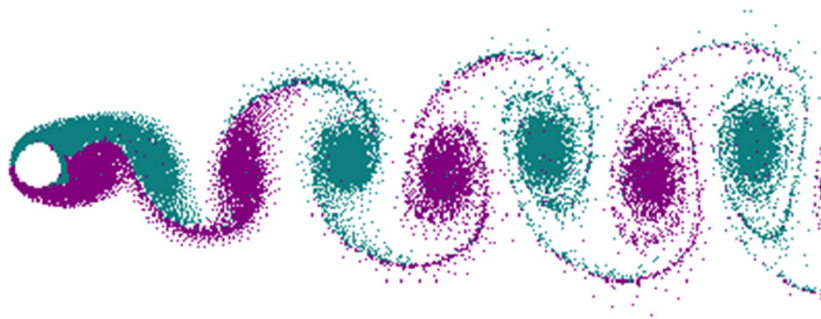
Relative stability of a ball at rest: (a) stable; (b) unstable; (c) neutral stability; (d) stable for small disturbances but unstable for large ones.



## نمونه ناپایداری: جریان حول سیلندر



جریان اینرسی حول سیلندر تا عدد رینولدز حدود ۴۰ پایدار است و در پشت سیلندر دو گردابه ایستا تشکیل می شوند که ناحیه چرخش این گردابه ها به ناحیه دنباله یا ناحیه ویک (wake region) معروف است. با توجه به شکل این جریان نسبت به راستای افقی دارای تقارن است.

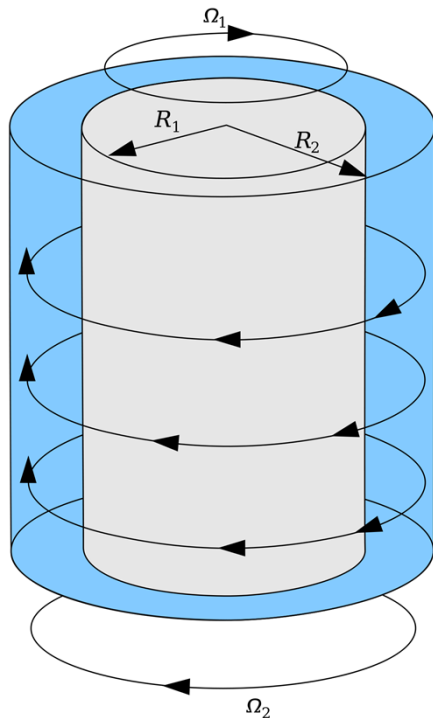


از عدد رینولدز ۴۰ به بالا جریان ناپایدار شده و تقارن خود را از دست می دهد. در این حالت، گردابه های پشت سیلندر شروع به حرکت چرخشی در راستای جریان می کنند.

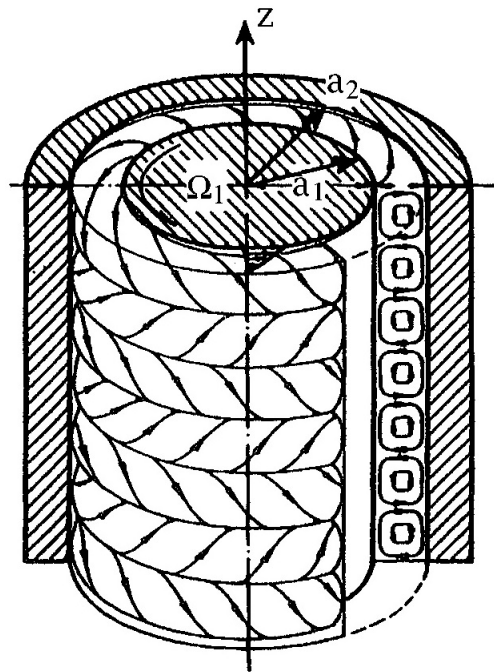
## نمونه ناپایداری: ناپایداری تیلور – کوئت

جریان بین استوانه های چرخان به جریان تیلور-کوئت معروف است. چنانچه استوانه داخلی چرخان و استوانه خارجی ثابت باشد، در اعداد رینولدز کوچک (که فرم اصلاح شده آن در این مساله عدد تیلور نامیده می شود) مسیر جریان به صورت حلقه های متحد المرکز حول محور سیلندر است.

چنانچه عدد رینولدز (عدد تیلور) از مقدار بحرانی فراتر رود، جریان دچار ناپایداری شده و علاوه بر چرخش به دور سیلندر دارای جریان ثانویه هم می شود. این جریانهای ثانویه به صورت جفت گردابه هایی با چرخش در جهت مخالف هم ظاهر می شوند که محور چرخش آنها بصورت حلقه هایی به دور استوانه است. در اعداد رینولدز (تیلور) بالاتر الگوهای پیچیده تری از ناپایداری تشکیل می شوند.



$Re < Re_{cr}$

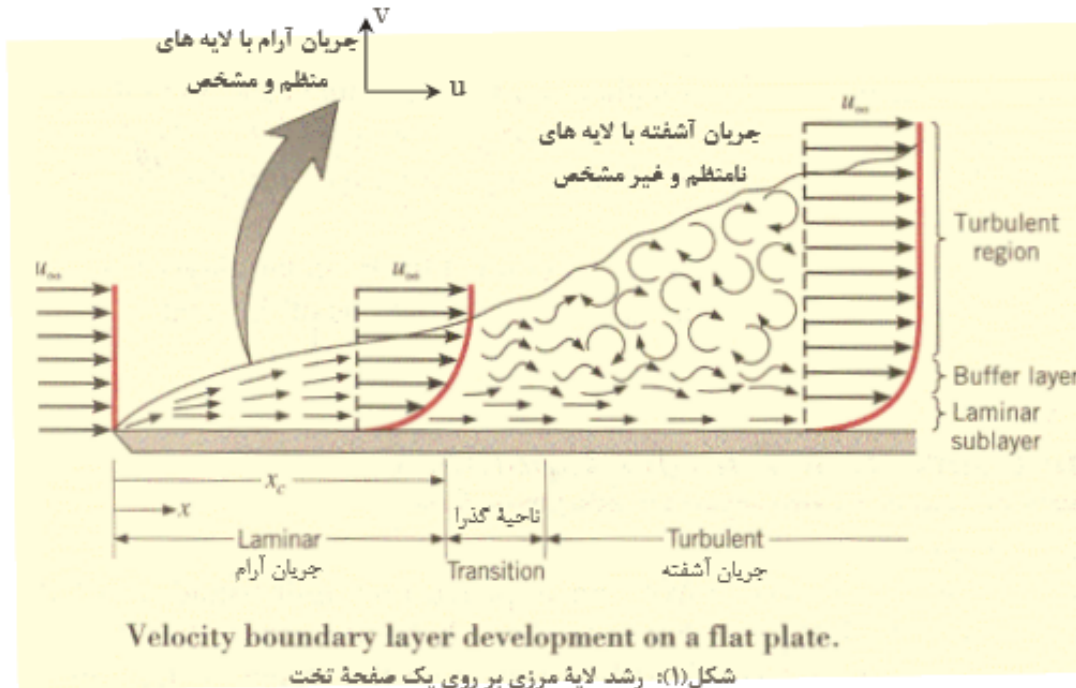


$Re > Re_{cr}$



## جریان آرام:

جریان آرام جریانی است که در آن سیال به طریقی منظم و تحت لایه ها و مسیرهای مشخص حرکت میکند، از همینرو برای توصیف آن از عبارت "طبقه طبقه شده، برگرفته از کلمه Laminar" استفاده شده است. در یک جریان آرام، شکل لایه ها مشخص و با انحنای ملایم می باشند. در چنین جریانی، مولکولهای سیال با پیشروی در طول مسیر، در داخل لایه اولیه خود باقی خواهند ماند. همچنین در چنین جریانی، مولکولهای نزدیک دیواره، کندترین مولکولها بوده و نزدیکترین دما به دمای دیواره را خواهند داشت.



## عدد رینولدز معیار اساسی برای توصیف رژیم جریان است.

در اعداد رینولدز به اندازه کافی کوچک جریان آرام یا لایه ای (Laminar Flow) است. ←

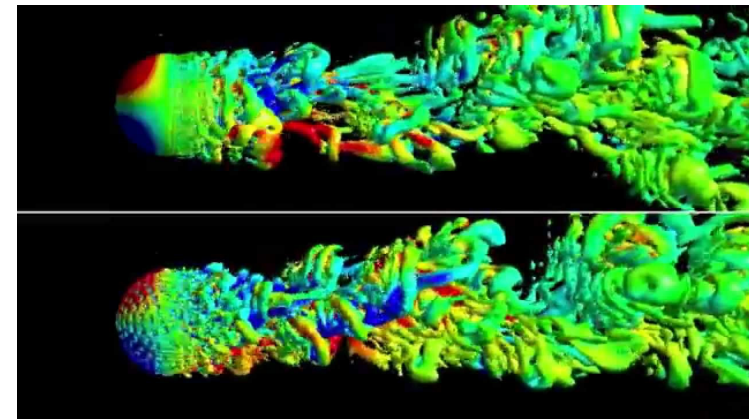
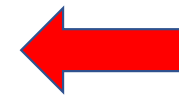


### جریان آشفته:

در شکل مربوط به رشد لایه مرزی بر روی یک صفحه تخت، بخش منتهی الیه سمت راست شکل، توصیف کننده جریان آشفته است.

همانطور که از نام این جریان مشخص است، این جریان رفتاری بسیار اتفاقی و بی سازمان دارد. در این جریان، به واسطه فرآیندهای اختلاطی شدید، جزء در نواحی بسیار نزدیک به دیواره، شکل لایه های جریان به راحتی قابل تشخیص نبوده و مولکولهای سیال مسیر مشخصی را طی نمی کنند. به عبارت دیگر جریان آشفته نوعی از جریان سیال است که در آن سیال تحت نوسانات جریانی<sup>۱</sup> و فرآیندهای اختلاطی شدید قرار میگیرد، این رفتار برخلاف رفتار جریان آرام است که در آن جریان سیال تحت لایه ها و مسیرهای مشخص حرکت می نماید. در یک جریان آشفته، اندازه سرعت در هر نقطه دائماً تحت نوسانات و تغییرات، هم در اندازه و هم در راستای حرکتی، قرار می گیرد، به طوریکه تشخیص موقعیت هر ذره در داخل میدان جریان و نیز در هر لحظه مشکل می باشد. همین وضعیت نوسانات دائمی و غیر مشخص در اندازه سرعت را می توان در اندازه فشار، دما و چگالی هر نقطه مشاهده نمود. البته نوسانات اندازه چگالی تنها در جریانهای تراکم پذیر و یا جریانهای درگیر با انتقال حرارت جابجائی آزاد مشاهده می گردد.

در اعداد رینولدز به اندازه کافی بزرگ جریان آشفته یا مغشوش (turbulent Flow) است.

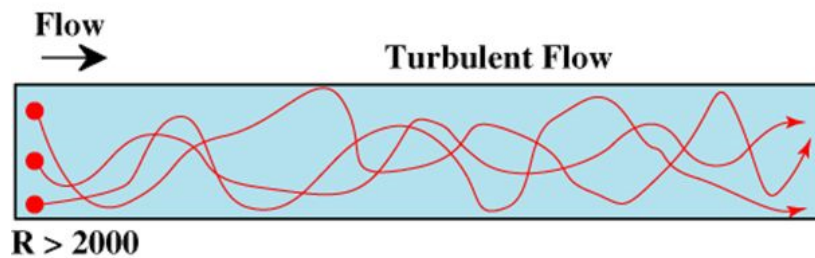
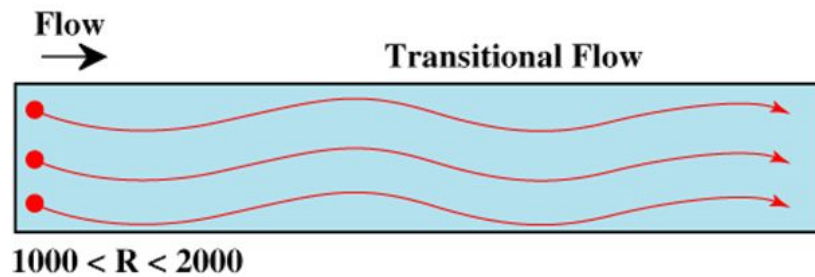
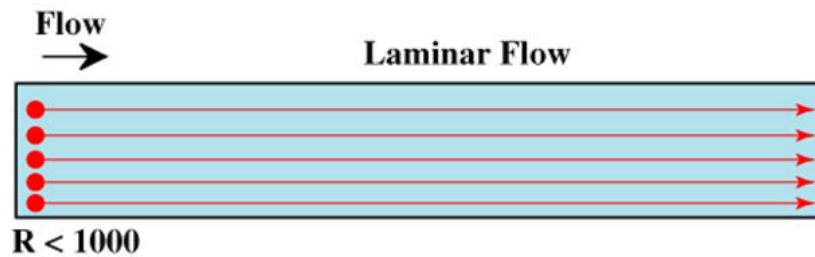


شایان ذکر است که تبدیل جریان از آرام به آشفته بصورت آنی صورت نمی گیرد و محدوده ای بین پایان ناحیه آرام و شروع ناحیه آشفته وجود دارد که به ناحیه انتقال (transition) معروف است.



## رژیم های مختلف جریان در لوله مستقیم

The value of  $R$  determined the type of flow in the experimental tubes:

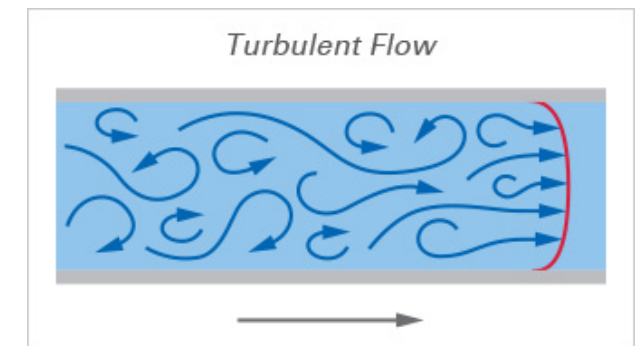
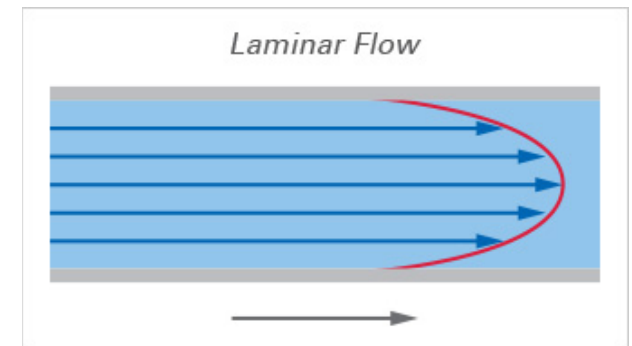


$$R = \frac{UD}{\nu}$$

$$< 2100$$

$$2100-4000$$

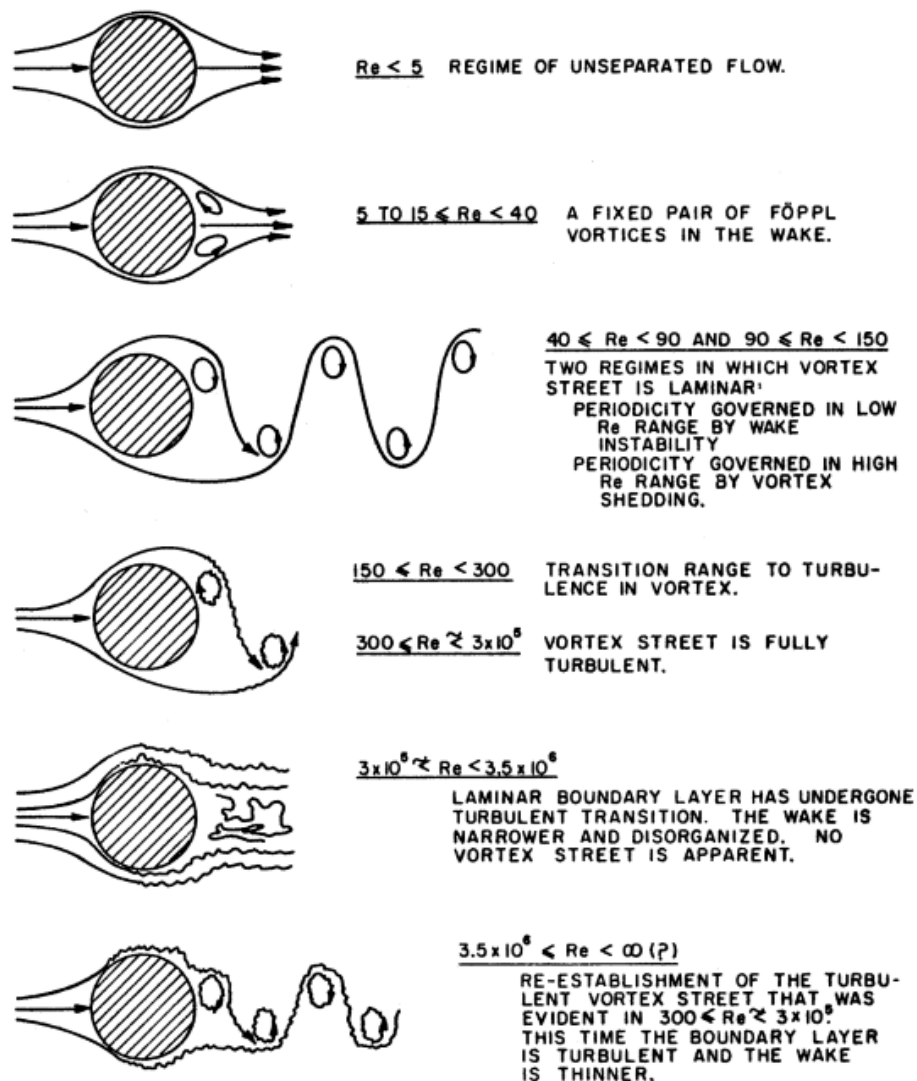
$$> 4000$$



دانستیم که عدد رینولدز معیار بسیار مهمی برای مشخص کردن وقوع ناپایداری در جریان و تعیین رژیم آن است. امکان تعریف جریانهای مختلف براساس محدوده عدد رینولدز در مسائل مختلف وجود دارد:

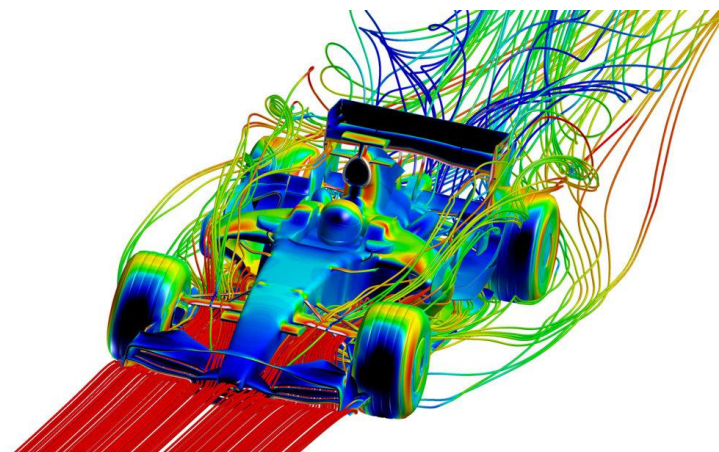
نام جریان	محدوده عدد رینولدز
جریان خزشی (Creeping Flow)	$Re \ll 1$
جریان اینرسی رینولدز پایین (Low Reynolds Inertia Flow)	$1 < Re < 15$
جریان آرام پایدار (Stable Laminar Flow)	$Re < Re_{cr}$
جریان آرام ناپایدار (Unstable Laminar Flow)	$Re_{cr} < Re < Re_{tr}$
جریان در ناحیه انتقال (Transitional Flow)	$Re_{tr} < Re < Re_{tu}$
جریان آشفته (Turbulent Flow)	$Re_{tu} < Re$
جریان کاملاً آشفته (Fully Turbulent Flow)	$Re_{tu} \ll Re$

در جدول فوق،  $Re_{cr}$  رینولدز بحرانی مربوط به شروع ناپایداری،  $Re_{tr}$  رینولدز شروع ناحیه انتقال و  $Re_{tu}$  رینولدز شروع ناحیه جریان آشفته است. ردیفهای آبی مربوط به جریان آرام و ردیفهای قرمز مربوط به جریان آشفته است.



بایستی توجه داشت که هرچند عدد رینولدز پارامتر مهمی در تعیین پایداری بسیاری از جریانها است اما مقدار این عدد تنها عامل موثر بر وقوع ناپایداری نیست. برای کسب اطلاعات بیشتر می توانید به آدرس ذیل مراجعه کنید:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Instability#Fluid\\_instabilities](https://en.wikipedia.org/wiki/Instability#Fluid_instabilities)





## عدد ماخ

عدد ماخ به افتخار ارنست ماخ فیزیکدان معروف اتریشی نامگذاری شده است. این عدد بصورت جذر نسبت نیروی اینرسی به نیروی الاستیک تعریف می شود. بنابراین از رابطه (۲) داریم:

$$Ma = \sqrt{\frac{F_I}{F_E}} = \sqrt{\frac{\rho L^2 V^2}{E_v L^2}} = \frac{V}{\sqrt{E_v / \rho}} \rightarrow Ma = \frac{V}{c} \quad (۸)$$

که در رابطه فوق،  $c$  سرعت صوت در سیال است.

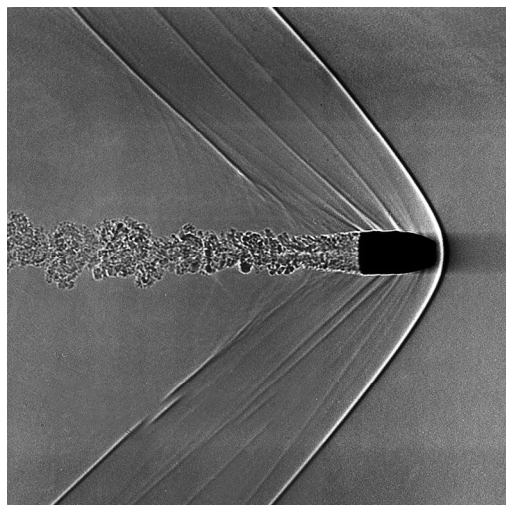
**اهمین اصلی عدد ماخ در تعیین تراکم پذیری جریانهای است:**

محدوده عدد ماخ	دسته بندی جریان
$Ma < 0.3$	جریان تراکم ناپذیر
$Ma < 1$	جریان فرو صوتی
$Ma = 1$	جریان صوتی
$Ma > 1$	جریان فراصوتی

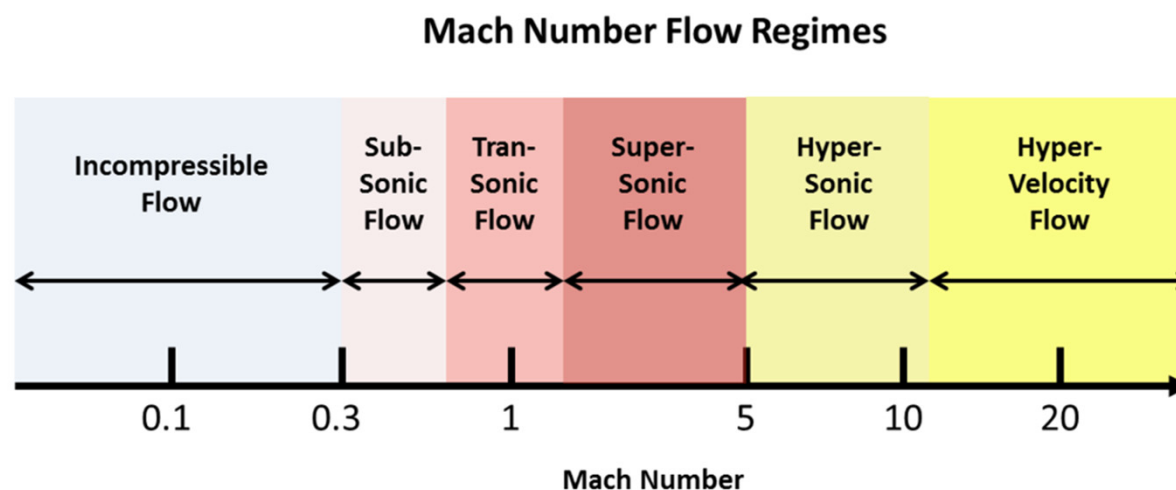


## پدیده شوک:

در اعداد ماخ بیشتر از یک پدیده شوک در جریان بوجود می آید. موج شوک (Shock wave) یک اغتشاش پیش رونده است که سبب ایجاد ناپیوستگی در محیط سیال می شود به نحوه که در دو طرف این موج تغییرات ناگهانی در فشار، دما، چگالی و پارامترهای ترمودینامیکی ایجاد می شود.



تعیین عدد ماخ در جریانهای داخلی و خارجی بر سرعت نظیر جریان حول پرتابه ها (نظیر گلوله، خمپاره، راکت، موشک و ...) و هواپیماها، تحلیل و مدلسازی انفجار، جریان در نازلها، جریان حول وسایل نقلیه سریع السیر، مطالعه امواج شوک در دینامیک گازها و ... حائز اهمیت است.





### عدد فرود (Froude number):

عدد فرود به افتخار ویلهلم فرود فیزیکدان انگلیسی و به دلیل فعالیتهای وی در خصوص جریان مقاوم آب حول کشتی ها نامگذاری شده است. این عدد بصورت جذر نسبت نیروی اینرسی به گرانش تعریف می شود. لذا از رابطه (۲) داریم:

$$F_r = \sqrt{\frac{F_I}{F_G}} = \sqrt{\frac{\rho L^2 V^2}{\rho L^3 g}} \rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{Lg}} \quad (9)$$



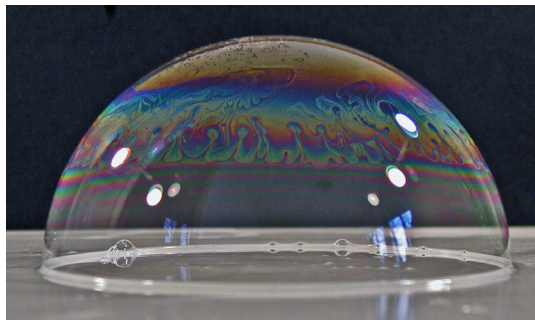
عدد فرود در تحلیل امواجی که دینامیک آنها تحت تاثیر وزنشان (نیروی گرانش) است اهمیت بسزایی دارد. همچنین از کاربردهای این عدد می توان در تعیین نیروی مقاوم بخش مستغرق کشتی ها، پایه پلها، سدها، موج شکنها، سیل بندها، تحلیل امواج، تحلیل مخازن متحرک و تانکهای مربوط به مخلوط کردن مواد، تحلیل جریانهای سطحی (دریچه ها، کانالها، سرریزها و بویژه پدیده پرش هیدرولیکی) و ... اشاره کرد.





**Fig. 5.9** Hydraulic model of the Bluestone Lake Dam on the New River near Hinton, West Virginia. The model scale is 1:65 both vertically and horizontally, and the Reynolds number, though far below the prototype value, is set high enough for the flow to be turbulent. *(Courtesy of the U.S. Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station.)*

برخی گروه های بی بعد که دربردارنده اثر کشش سطحی هستند

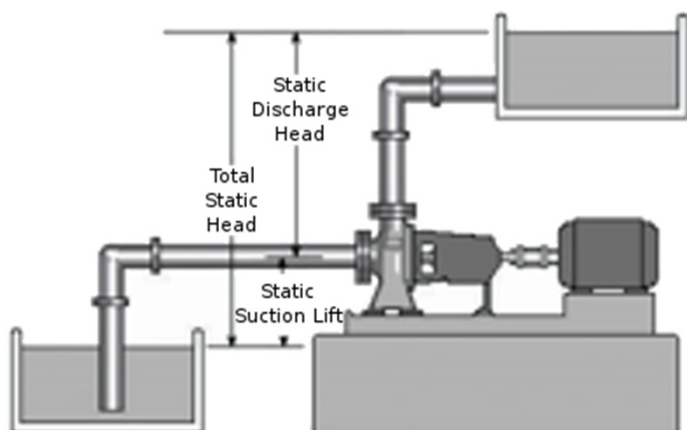
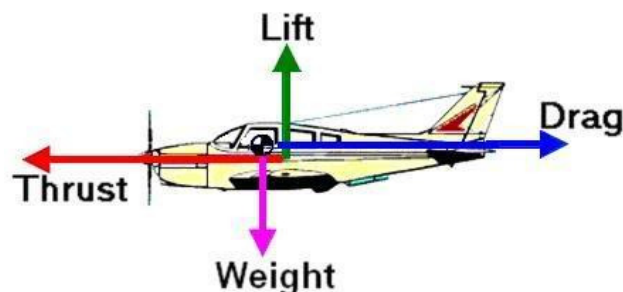


نام عدد	علامت	نحوه تعریف	رابطه رایج
عدد وبر (Weber Number)	$We$	$We = \sqrt{\frac{F_I}{F_\sigma}} = \sqrt{\frac{\rho L^2 V^2}{\sigma L}}$	$We = \frac{V}{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho L}}}$
عدد موئینگی (Capillary Number)	$Ca$	$Ca = \frac{F_v}{F_\sigma} = \frac{\mu V L}{\sigma L}$	$Ca = \frac{\mu V}{\sigma}$
عدد اوتوس یا عدد بوند ( <u>Eötvös</u> number / Bond Number)	$Bo$	$Bo = \frac{F_G}{F_\sigma} = \frac{\rho L^3 g}{\sigma L}$	$Bo = \frac{\rho L^2 g}{\sigma}$

این گروه های بی بعد معمولا در مسائلی نظیر **دینامیک قطره و حباب** دارای اهمیت هستند.



## برخی گروه های بی بعد مهم در مکانیک سیالات



نام عدد	علامت	نحوه تعریف	رابطه رایج
ضریب فشار (Pressure Coefficient)	$C_p$	$C_p = \frac{\text{Static Pressure}}{\text{Dynamic Pressure}}$	$C_p = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho V^2}$
ضریب درگ (پسا) (Drag Coefficient)	$C_D$	$C_D = \frac{\text{Drag Force}}{\text{Dynamic Force}}$	$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho A V^2}$
ضریب لیفت (برا) (Lift Coefficient)	$C_L$	$C_L = \frac{\text{Lift Force}}{\text{Dynamic Force}}$	$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho A V^2}$
ضریب اصطکاک پوسته ای (Skin Friction Coefficient)	$C_f$	$C_f = \frac{\text{Wall Shear Stress}}{\text{Dynamic Pressure}}$	$C_f = \frac{\tau_{wall}}{\frac{1}{2} \rho V^2}$
عدد اشتروهال (Strouhal Number)	$St$	$St = \frac{\text{Oscillation}}{\text{Mean Speed}}$	$St = \frac{\omega L}{V}$
ضریب اصطکاک (Friction Factor)	$f$	$f = \frac{\text{Friction Head Loss}}{\text{Velocity Head}}$	$f = \frac{h_{loss}}{V^2 \frac{L}{2g d}}$
عدد کاویتاسیون <sup>30</sup> (Cavitation Number)	$Ca$	$Ca = \frac{\text{Pressure}}{\text{Inertia}}$	$Ca = \frac{p - p_v}{\rho V^2}$

**Thank You**

